計量分析 2：定期試験

村澤 康友

2023 年 1 月 26 日

注意：3 問とも解答すること．結果より思考過程を重視するので，途中計算等も必ず書くこと（部分点は大いに与えるが，結果のみの解答は 0 点とする）．教科書のみ参照してよい（他の講義資料・ノートは持込不可）．

1. （20 点）以下で定義される計量経済学の専門用語をそれぞれ書きなさい．
   (a) ある説明変数の限界効果に対する他の説明変数の影響
   (b) （線形モデルの）説明変数と相関があり，誤差項と相関がない変数
   (c) 処置前後の処置群と対照群の変化の差で平均処置効果を推定する手法
   (d) 個体に固有で観測を通じて一定の効果
2. （50 点）(Y_t, X_t) を時点 $t = 0, 1$ の確率ベクトルとし，処置群に対して時点 1 に処置を行う．処置ダミーを D とすると，Y_t の (D, X_t) 上への回帰モデルは

$$\mathrm{E}(Y_0|D, X_0) = \alpha_0 + \beta_0 X_0$$
$$\mathrm{E}(Y_1|D, X_1) = \alpha_1 + \delta D + \beta_1 X_1$$

   平均処置効果 δ を推定したい．ただし $\{X_t\}$ は観測できないとする．$\Delta Y := Y_1 - Y_0$，$\Delta X := X_1 - X_0$ とする．
   (a) $\mathrm{E}(Y_0|D)$ と $\mathrm{E}(Y_1|D)$ を求めなさい．
   (b) 時点 $t = 0, 1$ について $\mathrm{E}(Y_t|D = 1) - \mathrm{E}(Y_t|D = 0)$ を求めなさい．
   (c) X_1 が D と平均独立なら $\mathrm{E}(Y_1|D = 1) - \mathrm{E}(Y_1|D = 0) = \delta$ となることを示しなさい．
   (d) $\mathrm{E}(\Delta Y|D = 1) - \mathrm{E}(\Delta Y|D = 0)$ を求めなさい．
   (e) $\beta_0 = \beta_1$ かつ ΔX が D と平均独立なら $\mathrm{E}(\Delta Y|D = 1) - \mathrm{E}(\Delta Y|D = 0) = \delta$ となることを示しなさい．

3. （30 点）怪我・病気が生活の満足度を引き下げる効果を推定したい．そこで時点 0 で怪我・病気のない個人の母集団から無作為標本を抽出し，時点 1 の怪我・病気の有無で生活の満足度を比較する．時点 1 の怪我・病気ダミーを D，時点 t の生活の満足度（0〜4 点）を Y_t，年収（万円）を X_t とし，時点 1 のデータを用いた重回帰分析で次の結果を得た．

モデル 1: **最小二乗法** (OLS)，**観測**: 1-3020
従属変数: life

	係数	標準誤差	t 値	p 値	
const	2.67366	0.0305300	87.57	0.0000	***
shock	-0.124873	0.0346006	-3.609	0.0003	***
income	0.000282184	7.10062e-05	3.974	7.23e-05	***

モデル 1 の定式化には問題があると考えて分析をやり直し，生活の満足度の変化 $\Delta Y := Y_1 - Y_0$ と年収の変化 $\Delta X := X_1 - X_0$ を用いた重回帰分析で次の結果を得た．

モデル 2: Pooled OLS，**観測数**: 3020
クロスセクションユニット数: 3020
時系列の長さ= 1
従属変数: d_life

	係数	標準誤差	t 値	p 値	
const	0.215365	0.0313550	6.869	7.84e-012	***
shock	-0.140117	0.0484445	-2.892	0.0039	***
d_income	0.000223286	0.000161409	1.383	0.1667	

2 つの分析について以下の問いに答えなさい．必要に応じて適切なキーワードを用いること．

(a) モデル 1 の回帰式を記号を用いて書きなさい．また説明変数に年収 X_1 を加える理由を説明しなさい．

(b) モデル 2 の回帰式を記号を用いて書きなさい．またモデル 1 よりモデル 2 の方が良いと考える理由を説明しなさい．

(c) モデル 1 の回帰式からモデル 2 の回帰式を導きなさい．追加的な仮定が必要なら明記すること．

解答例

1. 計量経済学の基本用語
   (a) 交互作用
   (b) 操作変数
   (c) 差分の差分（DID）法
   (d) 個別効果
      - 「固定効果」は個別効果の特殊ケースなので 1 点減.
2. DID 法
   (a) 繰り返し期待値の法則より

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(Y_0|D) &= \mathrm{E}(\mathrm{E}(Y_0|D, X_0)|D) \\
&= \mathrm{E}(\alpha_0 + \beta_0 X_0|D) \\
&= \alpha_0 + \beta_0 \mathrm{E}(X_0|D) \\
\mathrm{E}(Y_1|D) &= \mathrm{E}(\mathrm{E}(Y_1|D, X_1)|D) \\
&= \mathrm{E}(\alpha_1 + \delta D + \beta_1 X_1|D) \\
&= \alpha_1 + \delta D + \beta_1 \mathrm{E}(X_1|D)
\end{aligned}
$$

   (b)

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(Y_0|D=1) - \mathrm{E}(Y_0|D=0) &= \alpha_0 + \beta_0 \mathrm{E}(X_0|D=1) - (\alpha_0 + \beta_0 \mathrm{E}(X_0|D=0)) \\
&= \beta_0(\mathrm{E}(X_0|D=1) - \mathrm{E}(X_0|D=0)) \\
\mathrm{E}(Y_1|D=1) - \mathrm{E}(Y_1|D=0) &= \alpha_1 + \delta + \beta_1 \mathrm{E}(X_1|D=1) - (\alpha_1 + \beta_1 \mathrm{E}(X_1|D=0)) \\
&= \delta + \beta_1(\mathrm{E}(X_1|D=1) - \mathrm{E}(X_1|D=0))
\end{aligned}
$$

   (c) $\mathrm{E}(X_1|D) = \mathrm{E}(X_1)$ なら

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(Y_1|D=1) - \mathrm{E}(Y_1|D=0) &= \delta + \beta_1(\mathrm{E}(X_1|D=1) - \mathrm{E}(X_1|D=0)) \\
&= \delta + \beta_1(\mathrm{E}(X_1) - \mathrm{E}(X_1)) \\
&= \delta
\end{aligned}
$$

   (d)

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{E}(\Delta Y|D=1) - \mathrm{E}(\Delta Y|D=0) \\
&= \mathrm{E}(Y_1 - Y_0|D=1) - \mathrm{E}(Y_1 - Y_0|D=0) \\
&= \mathrm{E}(Y_1|D=1) - \mathrm{E}(Y_0|D=1) - (\mathrm{E}(Y_1|D=0) - \mathrm{E}(Y_0|D=0)) \\
&= \mathrm{E}(Y_1|D=1) - \mathrm{E}(Y_1|D=0) - (\mathrm{E}(Y_0|D=1) - \mathrm{E}(Y_0|D=0)) \\
&= \delta + \beta_1(\mathrm{E}(X_1|D=1) - \mathrm{E}(X_1|D=0)) - \beta_0(\mathrm{E}(X_0|D=1) - \mathrm{E}(X_0|D=0))
\end{aligned}
$$

(e) $\beta_0 = \beta_1 = \beta$ かつ $\mathrm{E}(\Delta X|D) = \mathrm{E}(\Delta X)$ なら

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{E}(\Delta Y|D=1) - \mathrm{E}(\Delta Y|D=0) \\
&= \delta + \beta(\mathrm{E}(X_1|D=1) - \mathrm{E}(X_1|D=0)) - \beta(\mathrm{E}(X_0|D=1) - \mathrm{E}(X_0|D=0)) \\
&= \delta + \beta[\mathrm{E}(X_1|D=1) - \mathrm{E}(X_1|D=0) - (\mathrm{E}(X_0|D=1) - \mathrm{E}(X_0|D=0))] \\
&= \delta + \beta[\mathrm{E}(X_1|D=1) - \mathrm{E}(X_0|D=1) - (\mathrm{E}(X_1|D=0) - \mathrm{E}(X_0|D=0))] \\
&= \delta + \beta(\mathrm{E}(\Delta X|D=1) - \mathrm{E}(\Delta X|D=0)) \\
&= \delta + \beta(\mathrm{E}(\Delta X) - \mathrm{E}(\Delta X)) \\
&= \delta
\end{aligned}
$$

3. パネル・データ

(a) モデル 1 の回帰式は

$$\mathrm{E}(Y_1|D, X_1) = \alpha_1 + \delta_1 D + \beta_1 X_1$$

説明変数に X_1 を加えるのは欠落変数バイアスを避けるための共変量調整.

- 各 5 点.
- 回帰式は条件付き期待値として書くか，誤差項の条件付き期待値=0 としなければダメ.
- 説明に必要なキーワードは「欠落変数バイアス」「共変量調整（外的条件の制御）」.

(b) モデル 2 の回帰式は

$$\mathrm{E}(\Delta Y|D, \Delta X) = \alpha + \delta D + \beta \Delta X$$

観測されない個別効果があるとモデル 1 でも欠落変数バイアスが生じる．差分を取ると個別効果が消えて欠落変数バイアスを避けられる.

- 各 5 点.
- 回帰式は条件付き期待値として書くか，誤差項の条件付き期待値=0 としなければダメ.
- 説明に必要なキーワードは「個別効果」.

(c) モデル 1 は

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(Y_0|D, X_0) &= \alpha_0 + \beta_0 X_0 \\
\mathrm{E}(Y_1|D, X_1) &= \alpha_1 + \delta_1 D + \beta_1 X_1
\end{aligned}
$$

(X_0, X_1) が強外生なら

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(Y_0|D, X_0, X_1) &= \alpha_0 + \beta_0 X_0 \\
\mathrm{E}(Y_1|D, X_0, X_1) &= \alpha_1 + \delta_1 D + \beta_1 X_1
\end{aligned}
$$

$\alpha := \alpha_1 - \alpha_0$ とする．$\beta_0 = \beta_1 = \beta$ なら

$$\mathrm{E}(\Delta Y|D, X_0, X_1) = \alpha + \delta_1 D + \beta \Delta X$$

繰り返し期待値の法則より

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(\Delta Y|D, \Delta X) &= \mathrm{E}(\mathrm{E}(\Delta Y|D, X_0, X_1)|D, \Delta X) \\
&= \mathrm{E}(\alpha + \delta_1 D + \beta \Delta X|D, \Delta X) \\
&= \alpha + \delta_1 D + \beta \Delta X
\end{aligned}
$$

- 回帰式は条件付き期待値として書くか，誤差項の条件付き期待値=0 としなければダメ.
- 「強外生性」の仮定が必要.