計量経済 II：中間試験

村澤 康友

2020 年 12 月 1 日

注意： 3 問とも解答すること．結果より思考過程を重視するので，途中計算等も必ず書くこと（部分点は大いに与えるが，結果のみの解答は 0 点とする）．

1. （20 点）以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）．
   （a）対数差分（階差）系列
   （b）トレンド
   （c）ラグ演算子
   （d）分散共分散行列
2. （50 点）$\{y_t\}$ を共分散定常な AR(1) 過程とする．すなわち任意の t について

$$\begin{aligned} y_t &= c + \phi y_{t-1} + w_t \\ \{w_t\} &\sim \mathrm{WN}\left(\sigma^2\right) \end{aligned}$$

   ただし $|\phi| < 1$ で $\{w_t\}$ は iid とする．母数 c, ϕ, σ^2 を用いて以下を表しなさい．
   （a）平均：$\mathrm{E}(y_t)$
   （b）分散：$\mathrm{var}(y_t)$
   （c）1 次の自己共分散：$\mathrm{cov}(y_t, y_{t-1})$
   （d）1 期先予測：$\mathrm{E}_t(y_{t+1})$
   （e）1 期先予測の分散：$\mathrm{var}_t(y_{t+1})$

3. (30 点) 以下のコンピューター出力は，旧西ドイツのマクロの所得と消費の季節調整済み四半期系列の対前期比変化率（対数階差）に関する 2 変量 VAR(1) モデルの推定結果である．

```
VAR モデル，ラグ次数: 1
最小二乗法（OLS）推定値，観測: 1960:3-1982:4 (T = 90)

方程式 1: ld_income
                          係数        標準誤差       t 値        p 値
  --------------------------------------------------------------
  const               0.0143725   0.00269895    5.325    7.79e-07 ***
  ld_income_1        -0.0175894   0.119558     -0.1471   0.8834
  ld_consumption_1    0.282848    0.130144      2.173    0.0325   **
Mean dependent var   0.019341   S.D. dependent var   0.011945
Sum squared resid    0.011894   S.E. of regression   0.011692
R-squared            0.063320   Adjusted R-squared   0.041787
F(2, 87)             2.940620   P-value(F)           0.058106
rho                 -0.053984   Durbin-Watson        2.053790
ゼロ制約の F 検定:
All lags of ld_income          F(1, 87) = 0.021644 [0.8834]
All lags of ld_consumption     F(1, 87) =   4.7234 [0.0325]

方程式 2: ld_consumption
                          係数        標準誤差      t 値        p 値
  -------------------------------------------------------------
  const               0.0166094   0.00245807    6.757   1.53e-09 ***
  ld_income_1         0.308226    0.108887      2.831   0.0058   ***
  ld_consumption_1   -0.208679    0.118529     -1.761   0.0818   *
Mean dependent var   0.018726   S.D. dependent var   0.011012
Sum squared resid    0.009865   S.E. of regression   0.010649
R-squared            0.085927   Adjusted R-squared   0.064914
F(2, 87)             4.089185   P-value(F)           0.020076
rho                 -0.088775   Durbin-Watson        2.165702
ゼロ制約の F 検定:
All lags of ld_income          F(1, 87) =   8.0128 [0.0058]
All lags of ld_consumption     F(1, 87) =   3.0996 [0.0818]
```

この分析結果について，以下の問いに答えなさい．

(a) 推定期間における所得と消費の対前期比変化率の平均値は，それぞれ何%か？

(b) 今期の所得が 1 %増加したら，来期の消費は何%増加または減少すると予測されるか？

(c) 所得から消費へのグレンジャー因果検定の F 検定統計量の p 値を読み取り，有意水準 5 %の検定の結果を説明しなさい．

解答例

1. 時系列分析の基本用語
   （a）$\{x_t\}$ の対数差分（階差）系列は $\{\Delta \ln x_t\}$.
   （b）時系列の長期的な傾向.
   （c）任意の t について $\mathrm{L}y_t := y_{t-1}$ とする L.
   （d）$\operatorname{var}(\boldsymbol{x}) := \mathrm{E}((\boldsymbol{x} - \mathrm{E}(\boldsymbol{x}))(\boldsymbol{x} - \mathrm{E}(\boldsymbol{x}))')$.
2. AR(1) 過程
   （a）

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}(y_t) &= \mathrm{E}(c + \phi y_{t-1} + w_t) \\
&= c + \phi\,\mathrm{E}(y_{t-1}) + \mathrm{E}(w_t) \\
&= c + \phi\,\mathrm{E}(y_t) \\
&= \frac{c}{1-\phi}
\end{aligned}$$

   （b）$\operatorname{cov}(y_{t-1}, w_t) = 0$ より

$$\begin{aligned}
\operatorname{var}(y_t) &= \operatorname{var}(c + \phi y_{t-1} + w_t) \\
&= \operatorname{var}(\phi y_{t-1} + w_t) \\
&= \phi^2 \operatorname{var}(y_{t-1}) + \operatorname{var}(w_t) \\
&= \phi^2 \operatorname{var}(y_t) + \sigma^2 \\
&= \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}
\end{aligned}$$

   （c）$\operatorname{cov}(y_{t-1}, w_t) = 0$ より

$$\begin{aligned}
\operatorname{cov}(y_t, y_{t-1}) &= \operatorname{cov}(c + \phi y_{t-1} + w_t, y_{t-1}) \\
&= \operatorname{cov}(\phi y_{t-1} + w_t, y_{t-1}) \\
&= \phi \operatorname{cov}(y_{t-1}, y_{t-1}) \\
&= \phi \operatorname{var}(y_{t-1}) \\
&= \frac{\phi\sigma^2}{1-\phi^2}
\end{aligned}$$

   （d）$\{w_t\}$ は iid なので

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}_t(y_{t+1}) &= \mathrm{E}_t(c + \phi y_t + w_{t+1}) \\
&= c + \phi y_t + \mathrm{E}_t(w_{t+1}) \\
&= c + \phi y_t + \mathrm{E}(w_{t+1}) \\
&= c + \phi y_t
\end{aligned}$$

   （e）$\{w_t\}$ は iid なので

$$\begin{aligned}
\operatorname{var}_t(y_{t+1}) &= \operatorname{var}_t(c + \phi y_t + w_{t+1}) \\
&= \operatorname{var}_t(w_{t+1}) \\
&= \operatorname{var}(w_{t+1}) \\
&= \sigma^2
\end{aligned}$$

3. VAR(1) モデル

(a) 対前期比変化率の平均値は，所得が 1.9341 %，消費が 1.8726 %.

- %表示でなければ 5 点.

(b) 今期の所得が 1 %増加したら，来期の消費は 0.308226 %増加すると予測される.

(c) p 値は 0.0058. p 値が有意水準 0.05 より小さいので，所得から消費へのグレンジャー因果なしの帰無仮説を棄却し，グレンジャー因果ありの対立仮説を採択する.

- p 値を示さなければ 0 点.