

中級統計学：復習テスト 4

学籍番号 _____ 氏名 _____

2023年10月6日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト1～8をまとめて左上でホチキス止めし、第1回中間試験実施日（10月23日の予定）に提出すること。

1. 2枚のコインを同時に投げ、表の枚数を数える試行を考える。

(a) 標本空間を書きなさい。

(b) すべての事象を書きなさい。

(c) 各事象の確率を定義しなさい。

2. 確率の公理から以下を示しなさい.

(a) $P(A) + P(A^c) = 1$

(b) $P(\emptyset) = 0$

(c) $A \subset B \implies P(A) \leq P(B)$

解答例

1. (a) $\Omega := \{0, 1, 2\}$
(b) $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \Omega$
(c)

$$\begin{aligned}P(\emptyset) &= 0 \\P(\{0\}) &= \frac{1}{4} \\P(\{1\}) &= \frac{1}{2} \\P(\{2\}) &= \frac{1}{4} \\P(\{0, 1\}) &= \frac{3}{4} \\P(\{0, 2\}) &= \frac{1}{2} \\P(\{1, 2\}) &= \frac{3}{4} \\P(\Omega) &= 1\end{aligned}$$

2. (a) A と A^c は排反だから

$$\begin{aligned}P(A) + P(A^c) &= P(A \cup A^c) \\&= P(\Omega) \\&= 1\end{aligned}$$

- (b) $A = A \cup \emptyset$ であり, A と \emptyset は排反だから

$$\begin{aligned}P(A) &= P(A \cup \emptyset) \\&= P(A) + P(\emptyset)\end{aligned}$$

両辺から $P(A)$ を引けば結果が得られる.

- (c) $A \subset B$ より

$$B = A \cup (A^c \cap B)$$

A と $A^c \cap B$ は排反だから

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A \cup (A^c \cap B)) \\&= P(A) + P(A^c \cap B) \\&\geq P(A)\end{aligned}$$