

中級統計学：復習テスト 9

学籍番号 _____ 氏名 _____

2023 年 10 月 27 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト 9～13 を左上でホチキス止めし、第 2 回中間試験実施日（11 月 17 日の予定）にまとめて提出すること。

1. 以下の組み合わせの数を求めなさい。

(a) ${}_2C_0$

(b) ${}_3C_1$

(c) ${}_4C_2$

(d) ${}_5C_3$

2. (a) 2項分布の定義を書きなさい.

(b) $\text{Bin}(n, p)$ の pmf を書きなさい.

(c) $X \sim \text{Bin}(5, .5)$ として $p_X(0), \dots, p_X(5)$ を求めなさい (注: 全部足すと 1 になるはず).

解答例

1. (a)

$$\begin{aligned} {}_2C_0 &= \frac{2!}{0!(2-0)!} \\ &= 1 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} {}_3C_1 &= \frac{3!}{1!(3-1)!} \\ &= 3 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} {}_4C_2 &= \frac{4!}{2!(4-2)!} \\ &= 6 \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} {}_5C_3 &= \frac{5!}{3!(5-3)!} \\ &= 10 \end{aligned}$$

2. (a) 独立かつ同一な n 回のベルヌーイ試行における成功回数の分布を 2 項分布という.

(b)

$$p_X(x) = \begin{cases} {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} & \text{for } x = 0, 1, \dots, n \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(c)

$$\begin{aligned} p_X(0) &= {}_5C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} \\ &= \frac{5!}{0!(5-0)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{1}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_X(1) &= {}_5C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} \\ &= \frac{5!}{1!(5-1)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{5}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_X(2) &= {}_5C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} \\ &= \frac{5!}{2!(5-2)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{10}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_X(3) &= {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} \\ &= \frac{5!}{3!(5-3)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{10}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_X(4) &= {}_5C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} \\ &= \frac{5!}{4!(5-4)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{5}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_X(5) &= {}_5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} \\ &= \frac{5!}{5!(5-5)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{1}{32} \end{aligned}$$