

中級統計学：復習テスト 21

学籍番号 _____ 氏名 _____

2024 年 1 月 5 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で，復習テスト 21～26 を順に重ねて左上でホチキス止めし，定期試験実施日（1 月 26 日の予定）に提出すること。

1. 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。

(a) 統計的仮説

(b) 検定

(c) 帰無仮説

(d) 第 1 種の誤り

(e) 有意水準

(f) 検定統計量

(g) 棄却域

2. $N(\mu, \sigma^2)$ から抽出した大きさ n の無作為標本の標本平均を \bar{X} とする. σ^2 を既知として次の検定問題を考える.

$$H_0 : \mu = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu = 1$$

(a) \bar{X} の分布を求めなさい.

(b) 検定統計量を与えなさい.

(c) 検定統計量の H_0 の下での分布を導きなさい.

(d) 検定統計量の H_1 の下での分布を導きなさい.

(e) 有意水準 5% の検定の棄却域を定めなさい.

解答例

1. (a) 母集団分布に関する仮説
- (b) 統計的仮説の真偽を標本から判定すること
- (c) とりあえず真と想定する仮説
- (d) H_0 が真なのに H_0 を棄却する誤り
- (e) 許容する第 1 種の誤りの確率
- (f) 検定に用いる統計量
- (g) 標本 (検定統計量) の値域で H_0 を棄却する領域

2. (a)

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

- (b)

$$Z := \frac{\bar{X}}{\sqrt{\sigma^2/n}}$$

- (c) H_0 の下で

$$Z \sim N(0, 1)$$

- (d) H_1 の下で

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\bar{X} - 1 + 1}{\sqrt{\sigma^2/n}} \\ &= \frac{\bar{X} - 1}{\sqrt{\sigma^2/n}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma^2/n}} \\ &\sim N\left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2/n}}, 1\right) \end{aligned}$$

- (e) 標準正規分布表より H_0 の下で

$$\Pr[Z \geq 1.65] = .05$$

したがって棄却域は $[1.65, \infty)$.